Temat 6: Wybór społeczny

Zadanie 1

Mieszkańcy miasta konsumują dobro prywatne x (rozumiane jako ilość pieniędzy wydana na wszystkie konsumowane dobra prywatne, czyli cena tego dobra wynosi 1) oraz dobro publiczne g (korzystanie z publicznego lodowiska). W mieście mieszka 1000 mieszkańców, z których każdy ma taką samą funkcję użyteczności $U(x,g)=x-100/g$, gdzie x jest wartością konsumpcji prywatnej a g wielkością publicznego lodowiska w metrach kwadratowych. Koszt lodowiska wynosi 10 za metr kwadratowy. Każdy z mieszkańców ma taki sam dochód w wysokości 1000.

a) ile wynosi efektywna w rozumieniu Pareto wielkość lodowiska?
b) jest ustalone, że każdy z mieszkańców będzie ponosił równą część kosztów lodowiska (czyli 10g/1000, gdzie *g* to wielkość lodowiska w metrach kwadratowych). Wielkość lodowiska jest ustalana w drodze głosowania, podczas którego każdy z mieszkańców ma 1 głos. Jaka wielkość zostanie ustalona w ten sposób?
c) Czy mieszkańcy nie będą jeździli na gapę (zaniżali optymalną dla siebie wielskość lodowiska)? Kto będzie podmiotem rozstrzygającym, jeśli zostanie wprowadzony podatek Vickrey-Clarke-Groves'a (GCT)?

Zadanie 2

Dobro publiczne kosztuje 99 zł. Trzy osoby głosują, czy dostarczać to dobro czy też nie, przy czym ceny zaoferowania tych osób (*reservation prices*) wynoszą odpowiednio $r_1=90$, $r_2=30$ oraz $r_3=30$. W razie pozytywnego wyniku głosowania, które jest głosowaniem większościowym, każda z tych osób pokrywa 1/3 łącznych kosztów dostarczenia tego dobra. Jaki będzie wynik głosowania? Kto i w jakiej kwocie powinien zapłacić podatek Vickrey-Clarke-Groves'a (GCT)?

Zadanie 3

Z pewnej rzeki korzystają kopalnie (firma A i B) i pralnie (firma C i D). Kopalnie są położone w górze rzeki i traktują rzekę jako odbiornik ścieków. Konieczność oczyszczania ścieków oznacza dla kopalń dodatkowy koszt. Pralnie działają w dole rzeki. Im bardziej zanieczyszczona jest rzeka tym koszt działalności pralń jest wyższy. Obie grupy firm lobbują za lub przeciw rządowej interwencji, deklarując następujące gotowości do płacenia:

	Rządowa interwencja	Brak rządowej interwencji
Firma A (kopalnia)		50
Firma B (kopalnia)		18
Firma C (pralnia)	40	
Firma D (pralnia)	30	

Kto i w jakiej wysokości zapłaci podatek GCT?

Zadanie 4

Poniższa tabela zawiera indywidualne koszty dostarczenia dobra publicznego (c_i) i indywidualne wyceny (v_i).

Podmiot	c_i	v_i
A	100	45
B	100	45
C	100	250

(a) Załóżmy, że decyzja o dostarczeniu dobra bądź nie zostanie podjęta w oparciu o głosowanie większościowe tak-nie, w którym każdy podmiot (A, B i C) będzie zapytany, czy byłby skłonny ponieść koszt ci za dostarczenie dobra. Jaki będzie rezultat głosowania? Czy takie rozwiązanie będzie Pareto efektywne?
(b) Załóżmy teraz, że podmioty deklarują swoje wartości i to rozstrzygnie o dostarczeniu dobra bądź nie. Rozważane jest wprowadzenie podatku Vickrey-Clarke-Groves'a. Kto i w jakiej kwocie powinien zapłacić podatek? Czy to rozwiązanie jest Pareto efektywne?
(c) Czy podmiot A ma zachętę, aby zmienić swoją wycenę. Załóż, że B i C nie zmieniają swoich wycen. Jaką wycenę musiałby zadeklarować A, aby dobro publiczne nie zostało dostarczone. Czy byłoby to dla niego korzystne?

Zadanie 5

Jedną z możliwych metod określania preferencji społecznych jest rachunek Borda, znany również jako głosowanie rankingowe. Każdy głosujący jest proszony o uszeregowanie wszystkich propozycji zgodnie ze swoimi preferencjami. Najbardziej preferowana propozycja otrzymuje (1), druga w kolejności (2) itd. Te nadane każdemu projektowi punkty są następnie sumowane, a otrzymana suma nazywa się liczbą Borda. Załóżmy, że jest 3 głosujących i jest skończona liczba możliwych do wyboru propozycji. Przyjmijmy, że każdy z głosujących ma racjonalną relację preferencji.

a) Czy preferencje społeczne określone za pomocą rachunku Borda są zupełne i zwrotne?
b) Czy jeżeli każdy woli **x** niż **y**, to czy liczba Borda ustawia dobro **x** jako społecznie bardziej pożądane niż **y**?
c) Czy zdefiniowany przez rachunek Borda sposób określania preferencji społecznych ma tę własność, że preferencje społeczne pomiędzy **x** a **y** zależą jedynie od tego, jak ludzie szeregują **x** względem **y**, a nie od tego, jak porządkują inne warianty?

Zadanie 6

Załóżmy, że granica możliwych użyteczności dla dwóch osób (A i B) jest dana wzorem $U_A + 2U_B = 200$. Dla każdej z poniższych funkcji dobrobytu społecznego znajdź optymalne społecznie poziomy UA oraz UB. Zadanie rozwiąż graficznie i algebraicznie.

(a) Funkcji dobrobytu społecznego Nietzschego: $W(U_A, U_B) = max\{U_A; U_B\}$.
(b) Funkcji dobrobytu społecznego Rawlsa (minimaksowa): $W(U_A, U_B) = min\{U_A; U_B\}$.
(c) $W(U_A, U_B) = U_A^{1/2} U_B^{1/2}$.

Zadanie 7

Matka ma dwoje dzieci o imionach A i B. Ma dla nich 1000 zł. Kocha je tak samo. Przyjmując poniższe funkcje użyteczności, gdzie (a) to kwota przeznaczona na dziecko A, a b to kwota przeznaczona na dziecko B, oblicz jak matka podzieli pieniądze.

(a) $U(a; b) = \log(a) + \log(b)$
(b) $U(a; b) = \min\{a,b\}$
(c) $U(a; b) = \max\{a,b\}$
(d) $U(a; b) = a^2 + b^2$
(e) $U(a; b) = a^{0.5} + b^{0.5}$
(f) $U(a; b) = -1/a - 1/b$

Zadanie 8

Romeo i Julia konsumują tylko jedno dobro – spaghetti. Romeo lubi spaghetti, ale chce, aby Julia była również szczęśliwa, a wie, że spaghetti ją uszczęśliwia. Julia podobnie jak Romeo lubi spaghetti, ale oprócz tego pragnie, aby Romeo był szczęśliwy, a wie, że spaghetti jest czymś, co go uszczęśliwia. Romeo ma funkcję użyteczności postaci $U_R(S_R, S_J) = S_R^a S_J^{1-a}$, a Julia $U_J(S_J, S_R) = S_J^a S_R^{1-a}$, gdzie S_R i S_J są ilościami spaghetti konsumowanymi odpowiednio przez Romea i Julię. Przyjmij, że zasób spaghetti wynosi 24.

(a) Załóż, że a = 2/3. Gdyby Romeo odpowiadał za podział spaghetti, wg swoich preferencji, to ile jednostek przyznałby sobie, a ile Julii?
(b) Co by było w sytuacji odwrotnej tzn. gdyby to Julia dokonywał podziału? Przyjmij a =2/3.
(c) Przyjmij, że a jest nadal równe 2/3, jaki warunek muszą spełniać alokacje efektywne w rozumieniu Pareto?
(d) Jeżeli a =1/3, to z jakiego powodu, w punktach optymalnych w rozumieniu Pareto, Julia i Romeo się nie zgodzą?

Zadanie 9*

Henryk i Mirek nie znoszą się, ale uwielbiają whiskey. Ponieważ siebie nie lubią, to chcą, aby poziom konsumpcji whiskey drugiego był jak najmniejszy. Ich funkcje użyteczności są opisane następującymi funkcjami Henryka: $U_H(W_H;W_M) = W_H - W_M^2$, a Mirka: $U_M(W_M;W_H) = W_M - W_H^2$, gdzie W_M jest dzienną konsumpcją whiskey Mirka, a W_H jest dzienną konsumpcją Henryka. Są 4 butelki do podziału.

(a) Jaka będzie alokacja whiskey jeżeli to Mirek odpowiada za podział?
(b) Jeżeli każdy otrzyma po 2 butelki to jaka będzie użyteczność każdego z nich?
(c) Jaka byłaby użyteczność Henryka i Mirka, gdyby dwie butelki się zbiły, a każdy z nich otrzymałby po jednej butelce?
(d) Mirek i Henryk otrzymali ostatni wolny pokój w akademiku, jeżeli założymy, że mieszkając w tym samym pokoju muszą dbać o łączny dobrobyt, to jaki będzie ich poziom konsumpcji?